单层准零刚度浮筏隔振特性分析及混沌化

周加喜[1],徐道临[1,2]

(1.湖南大学机械与运载工程学院,长沙 410082;2. 汽车车身先进设计制造国家重点实验室,长沙 410082)

摘 要:将准零刚度隔振器应用于船舶机械隔振浮筏,构造单层准零刚度隔振浮筏,建立了系统的6自由度动力学方程,利用数值方法对系统响应进行了分析,并评估了系统的隔振性能。结果表明,当激励幅值较大时,因系统刚度具有非线性,导致力传递率曲线出现跳跃现象,准零刚度隔振浮筏系统的起始频率远低于线性浮筏系统,且隔振效率远高于线性系统。进一步,利用最优时延反馈控制方法对浮筏系统实施了混沌化,对于不同激励频率均可实现混沌化,且激励频率越高越易混沌化。

关键词:动力学与控制;准零刚度;隔振浮筏;混沌化

中图分类号:O328 **文献标志码**:A **文章编号**:2095-2783(2014)08-0911-05

Vibration isolation and chaotfication of quasi-zero stiffness single-layer raft

Zhou Jiaxi[1], Xu Daolin[1,2]

(1. *College of Mechanical and Vehicle Engineering, Hunan University, Changsha* 410082, *China*;
2. *State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body, Changsha* 410082, *China*)

Abstract: Quasi-zero stiffness (QZS) isolators were applied to the vibration isolation raft for mechanical equipments of ship. A sing-layer quasi-zero stiffness raft was constructed, and the corresponding dynamic equations with six degrees of freedom were established. The structure responses were obtained through numerical simulations, and the efficiency of the raft was evaluated in terms of force transmissibility. Results show that the starting frequency for vibration isolation of the QZS raft is much lower than that of the linear raft, and the efficiency of the QZS isolator is much higher than that of the linear raft. Moreover, the QZS raft is driven to be chaotic by utilizing optimal time-delay feedback control method, which demonstrates that chaotification can be achieved by various excitation frequencies, and the system is more likely to be chaotified under high frequency excitation.

Key words: dynamics and control; quasi-zero stiffness; vibration isolaiton raft; chaotification

船舶机械设备质量大、激励幅值大、激励频率成分复杂,主要的隔振手段是浮筏系统。浮筏具有多激励源,且尺寸和质量大,在建模时不能简单地用单自由度(仅考虑竖向运动)建模,往往需考虑机器、筏架的空间平动和转动自由度,当筏架柔性较大时,还需用连续体对筏架进行建模[1]。

机器与筏架之间、筏架与基础之间用隔振器连接,目前常用的隔振器主要有橡胶隔振器、空气弹簧和钢丝绳等隔振器。变形不大情况下,上述隔振器的动刚度均为线性或近似线性,当大变形时呈现非线性刚度。仅当激频大于$\sqrt{2}$倍固频时,线性隔振系统才有效。而实际情况中存在低频甚至超低频激励,如浮筏的横摇。为实现低频隔振,需减小系统刚度,但会引起较大的静位移,从而影响系统的稳定性。近期研究[2-9]表明,准零刚度隔振器具有大静刚度、小动刚度特征,既能承受较大设备质量,又能实现静平衡位置处的小刚度(理论上为零)。准零刚度隔振器通过引入负刚度机构或结构,并与正刚度弹性元器件并联,从而降低系统整体刚度,其设计的关键在于负刚度机构或结构的构造。文献[2-3]给出了准零刚度隔振器的多种结构形式,文献[5-7]设计并制作了若干准零刚度装置,并进行了实验分析,验证了准零刚度隔振器具有良好的低频隔振性能。

将准零刚度隔振器代替浮筏中的传统隔振器,构造准零刚度隔振浮筏,有望实现船舶机械设备的低频隔振。因准零隔振器的刚度具有强非线性,在激励作用下呈现出丰富的动力学行为,因此有必要研究准零刚度隔振浮筏的振动特性。另外,有研究表明,当隔振系统处于混沌状态时,将简谐输入转化为宽频输出,可有效改变噪声的线谱特征,提高舰船的隐蔽性[10-11]。而准零刚度隔振器的刚度往往可简化为仅含三次项的多项式,因其无线性项而容易实现时延反馈混沌化[12]。因此,本文不仅讨论准零刚度隔振浮筏的振动特性,评估其隔振性能,还将利用笔者之前提出的最优时延反馈混沌化方法[13]对准零刚度隔振浮筏进行混沌化。

1 动力学方程

图1所示为单层准零刚隔振浮筏,浮筏四角的x、y、z三向均由准零刚度隔振器支撑。为方便分

收稿日期: 2014-04-25
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11102062);高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20110161120040);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目
作者简介: 周加喜(1983—),男,讲师,主要研究方向为振动理论及应用,jxizhou@hnu.edu.cn

析，将设备与筏体等效为一个均质矩形方板，不考虑其柔性，将其视为刚体，质量为 m，长 l_1，宽 l_2。将坐标系置于质心 O，计及 3 个平动和 3 个转动自由度。将外激励移至质心，则作用于质心的激励包括 3 个集中力和绕 3 个轴的外力偶。准零刚度隔振器的结构或机构设计有多种方案，其恢复力的表达式各有不同，但一般情况下，可对恢复力表达式在静平衡位置处进行三阶泰勒展开，进而近似地表示成关于位移的仅含三次方的多项式[2-9]，即 $f=k_3x^3$。适当考虑隔振器的阻尼，设阻尼为线性黏性阻尼，则阻尼力可表示为 $f=c\dot{x}$。

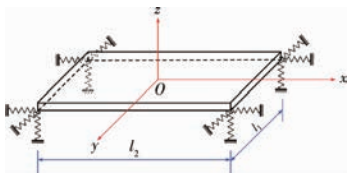

图 1 单层准零刚度隔振浮筏示意图

建立筏体的 6 自由度运动方程：

$$m\ddot{x}+4c\dot{x}+2k_3\left(x+\frac{l_1}{2}\theta_z\right)^3+2k_3\left(x-\frac{l_1}{2}\theta_z\right)^3=F_x\cos\omega t; \tag{1}$$

$$m\ddot{y}+4c\dot{y}+2k_3\left(y+\frac{l_2}{2}\theta_z\right)^3+2k_3\left(x-\frac{l_2}{2}\theta_z\right)^3=F_y\cos\omega t; \tag{2}$$

$$m\ddot{z}+4c\dot{z}+k_3\left(z-\frac{l_1}{2}\theta_x-\frac{l_2}{2}\theta_y\right)^3+k_3\left(z-\frac{l_1}{2}\theta_x+\frac{l_2}{2}\theta_y\right)^3+k_3\left(z+\frac{l_1}{2}\theta_x+\frac{l_2}{2}\theta_y\right)^3+k_3\left(z+\frac{l_1}{2}\theta_x-\frac{l_2}{2}\theta_y\right)^3=F_z\cos\omega t; \tag{3}$$

$$I_x\ddot{\theta}_x+l_1^2c\dot{\theta}_x+\frac{1}{2}k_3l_1\left(z+\frac{l_1}{2}\theta_x-\frac{l_2}{2}\theta_y\right)^3+\frac{1}{2}k_3l_1\left(z+\frac{l_1}{2}\theta_x+\frac{l_2}{2}\theta_y\right)^3-\frac{1}{2}k_3l_1\left(z-\frac{l_1}{2}\theta_x-\frac{l_2}{2}\theta_y\right)^3-\frac{1}{2}k_3l_1\left(z-\frac{l_1}{2}\theta_x+\frac{l_2}{2}\theta_y\right)^3=M_x\cos\omega t; \tag{4}$$

$$I_y\ddot{\theta}_y+l_2^2c\dot{\theta}_y+\frac{1}{2}k_3l_2\left(z-\frac{l_1}{2}\theta_x+\frac{l_2}{2}\theta_y\right)^3+\frac{1}{2}k_3l_2\left(z+\frac{l_1}{2}\theta_x+\frac{l_2}{2}\theta_y\right)^3-\frac{1}{2}k_3l_2\left(z-\frac{l_1}{2}\theta_x-\frac{l_2}{2}\theta_y\right)^3-\frac{1}{2}k_3l_2\left(z+\frac{l_1}{2}\theta_x-\frac{l_2}{2}\theta_y\right)^3=M_y\cos\omega t; \tag{5}$$

$$I_z\ddot{\theta}_z+(l_1^2+l_2^2)c\dot{\theta}_z+k_3l_1\left(x+\frac{l_1}{2}\theta_z\right)^3-k_3l_1\left(x-\frac{l_1}{2}\theta_z\right)^3+k_3l_2\left(y+\frac{l_2}{2}\theta_z\right)^3-k_3l_2\left(y-\frac{l_2}{2}\theta_z\right)^3=M_z\cos\omega t。 \tag{6}$$

式中：x、y、z 为沿三个坐标轴的平动位移；θ_x、θ_y、θ_z 为绕三个坐标轴的转动位移；$I_x=ml_1^2/12$，$I_y=ml_2^2/12$，$I_z=m(l_1^2+l_2^2)/12$ 分别为浮筏绕 x、y、z 的转动惯量；F_i、M_i（$i=x,y,z$）为激励的 6 个分量；ω 为外激励频率。引入记号

$$\bar{x}=\frac{x}{r_1+r_2},\bar{F}=\frac{F}{4k_v(r_1+r_2)},\quad \bar{M}=\frac{M}{2k_v(r_1+r_2)l_1},\zeta=\frac{c}{2\sqrt{4mk_v}},$$

$$\bar{t}=\sqrt{\frac{4k_v}{m}}t,\Omega=\frac{\omega}{\sqrt{4k_v/m}},(\cdot)'=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\bar{t}}(\cdot),\quad \eta=\frac{l_2}{l_1},\gamma=\frac{k_3(r_1+r_2)^2}{k_v}。 \tag{7}$$

式中，k_v 为准零刚度隔振器正刚度元器件的刚度系数[5-7]。将式(1)～式(6)量纲为 1 化得

$$\bar{x}''+8\zeta\bar{x}'+\frac{\gamma}{2}\left(\bar{x}+\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_z\right)^3+\frac{\gamma}{2}\left(\bar{x}-\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_z\right)^3=\bar{F}_x\cos\Omega\bar{t}; \tag{8}$$

$$\bar{y}''+8\zeta\bar{y}'+\frac{\gamma}{2}\left(\bar{y}+\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_z\right)^3+\frac{\gamma}{2}\left(\bar{y}-\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_z\right)^3=\bar{F}_y\cos\Omega\bar{t}; \tag{9}$$

$$\bar{z}''+8\zeta\bar{z}'+\frac{\gamma}{4}\left(\bar{z}-\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_x-\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_y\right)^3+\frac{\gamma}{4}\left(\bar{z}-\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_x+\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_y\right)^3+\frac{\gamma}{4}\left(\bar{z}+\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_x+\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_y\right)^3+\frac{\gamma}{4}\left(\bar{z}+\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_x-\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_y\right)^3=\bar{F}_z\cos\Omega\bar{t}; \tag{10}$$

$$\theta''_x+24\zeta\theta'_x+\frac{3\gamma}{2\bar{l}_1}\left(\bar{z}+\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_x-\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_y\right)^3+\frac{3\gamma}{2\bar{l}_1}\left(\bar{z}+\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_x+\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_y\right)^3-\frac{3\gamma}{2\bar{l}_1}\left(\bar{z}-\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_x-\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_y\right)^3-\frac{3\gamma}{2\bar{l}_1}\left(\bar{z}-\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_x+\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_y\right)^3=\frac{6\bar{M}_x}{\bar{l}_1}\cos\Omega\bar{t}; \tag{11}$$

$$\theta''_y+24\zeta\theta'_y+\frac{3\gamma}{2\eta\bar{l}_1}\left(\bar{z}-\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_x+\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_y\right)^3+\frac{3\gamma}{2\eta\bar{l}_1}\left(\bar{z}+\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_x+\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_y\right)^3-\frac{3\gamma}{2\eta\bar{l}_1}\left(\bar{z}-\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_x-\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_y\right)^3-\frac{3\gamma}{2\eta\bar{l}_1}\left(\bar{z}+\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_x-\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_y\right)^3=\frac{6\bar{M}_y}{\eta^2\bar{l}_1}\cos\Omega\bar{t}; \tag{12}$$

$$\theta''_z+24\zeta\theta'_z+\frac{3\gamma}{(1+\eta^2)\bar{l}_1}\left(\bar{x}+\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_z\right)^3-\frac{3\gamma}{(1+\eta^2)\bar{l}_1}\left(\bar{x}-\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_z\right)^3+\frac{3\eta\gamma}{(1+\eta^2)\bar{l}_1}\left(\bar{y}+\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_z\right)^3-\frac{3\eta\gamma}{(1+\eta^2)\bar{l}_1}\left(\bar{y}-\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_z\right)^3=\frac{6\bar{M}_z}{(1+\eta^2)\bar{l}_1}\cos\Omega\bar{t}。 \tag{13}$$

2 隔振性能分析

力传递率一般定义为传递至基础的脉动力的幅值与激励幅值的比值，但因准零刚度隔振系统为非线性系统，可能出现诸如混沌等复杂动力学响应。因此，一般用响应与激励的均方根比值来表述隔振

效果[11, 14]，即力传递率为

$$T_f = 20\lg\left\{\frac{R[\bar{f}_{t,i}(\bar{t})]}{R[\bar{f}_i(\bar{t})]}\right\}(\mathrm{dB})。\tag{14}$$

式中：$\bar{f}_i(\bar{t})=\bar{F}_i\cos\Omega\bar{t}$，$i=x,y,z$ 为激励；$\bar{f}_{t,i}(\bar{t})$，$i=x,y,z$ 为沿 x,y,z 方向传递至基础的力；R 表示均方根。

$$\bar{f}_{t,x}(\bar{t})=8\zeta\bar{x}'(\bar{t})+\frac{\gamma}{2}\left(\bar{x}(\bar{t})+\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_z(\bar{t})\right)^3+\frac{\gamma}{2}\left(\bar{x}(\bar{t})-\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_z(\bar{t})\right)^3,\tag{15}$$

$$\bar{f}_{t,y}(\bar{t})=8\zeta\bar{y}'(\bar{t})+\frac{\gamma}{2}\left(\bar{y}(\bar{t})+\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_z(\bar{t})\right)^3+\frac{\gamma}{2}\left(\bar{y}(\bar{t})-\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_z(\bar{t})\right)^3,\tag{16}$$

$$\begin{aligned}\bar{f}_{t,z}(\bar{t})=8\zeta\bar{z}'(\bar{t})&+\frac{\gamma}{4}\left(\bar{z}(\bar{t})-\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_x(\bar{t})-\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_y(\bar{t})\right)^3+\\&\frac{\gamma}{4}\left(\bar{z}(\bar{t})-\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_x(\bar{t})+\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_y(\bar{t})\right)^3+\\&\frac{\gamma}{4}\left(\bar{z}(\bar{t})+\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_x(\bar{t})+\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_y(\bar{t})\right)^3+\\&\frac{\gamma}{4}\left(\bar{z}(\bar{t})+\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_x(\bar{t})-\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_y(\bar{t})\right)^3。\end{aligned}\tag{17}$$

取如下系统参数进行数值仿真计算：

$$\gamma=0.055\,6,\bar{l}_1=200,\eta=2,\zeta=0.01,$$
$$\bar{F}_x=\bar{F}_y=\bar{F}_z=\bar{M}_x=\bar{M}_y=\bar{M}_z=0.02。$$

激励力幅值为筏体和设备总质量的 1/10。数值计算初始条件为零，采用固定步长（$\Delta\bar{t}=T/100$，T 激励周期）的 Bogacki-Shampine 算法。图 2 为激励频率分别取 $\Omega=0.1$、$\Omega=0.5$ 时，沿 x、y、z 三向传递至基础的力的时间历程。可以看出，当 $\Omega=0.1$ 时，传递力的幅值均大于 0.02，即大于激励力幅值，此时无隔振效果；而 $\Omega=0.5$ 时，传递力的幅值均小于激励力幅值，具有较好的隔振效果，而此时激励频率 $\omega=0.5\sqrt{4k_v/m}$ 仅为相应线性系统固有频率的 50%。相应的线性系统是指撤除负刚度机构，仅由正刚度元件支撑时的线性隔振系统。在相同额定静载作用下相应的线性系统与准零刚度隔振系统具有相同的静位移，因此线性系统的刚度可近似表示为 $k=k_3(\Delta x)^2$，其中 Δx 表示额定静载作用下的静位移。

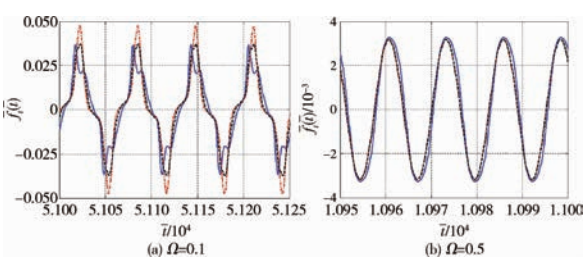

图 2　沿 x、y、z 三向传递至基础的力的时间历程
（点划线 x 向，虚线 y 向，实线 z 向）

为评估准零刚度隔振浮筏的隔振性能，采用式(14)计算力传递率。通过向前扫频和向后扫频仿真实验，发现除了 x 向有很小的跳跃区间之外，y 向和 z 向均没有发现跳跃现象。原因为由于 γ 取值小，系统非线性不强，激励幅值较小。准零刚度（QZS）隔振浮筏 z 向的力传递率见图 3(a)，并与相应的线性隔振系统进行对比。可以看出：QZS 隔振浮筏 z 向的隔振起始频率 Ω 约为 0.25，远小于线性系统的起始隔振频率 $\Omega=\sqrt{2}$；在低频区域 QZS 隔振浮筏的隔振效果明显优于线性隔振系统。图 3(b)给出了 QZS 隔振浮筏 x、y 向的力传递率及与线性系统的比较，结论与 z 向一致。需要说明的是图中 x 向力传递率曲线是向前扫频的仿真结果，对于非线性隔振器，一般有效隔振起始频率为向下跳跃频率[15]，因此将向前扫频分析结果作为传递率曲线更为合理。

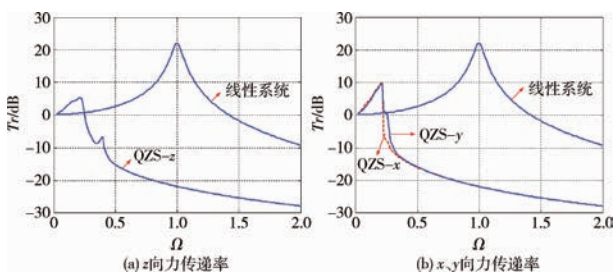

图 3　准零刚度隔振浮筏力传递率及与线性隔振系统的比较

图 4(a)表示 z 向激励幅值对 z 向力传递率的影响，图中给出的均为向前扫频分析结果。由图可知，$\bar{F}_z$ 越大，非线性越强，出现了跳跃现象，但跳跃区间很小，且激励幅值越大，有效隔振频率（起始隔振频率）越大，最大传递率越大。图 4(b)描述了阻尼对 z 向力传递率的影响。由图可知，阻尼越大，共振峰值越小，起始隔振频率也越小，但在有效隔振频率区间内的隔振效果越差。因此，可以通过合理选择阻尼，在隔振起始频率和隔振效果之间寻求折衷。

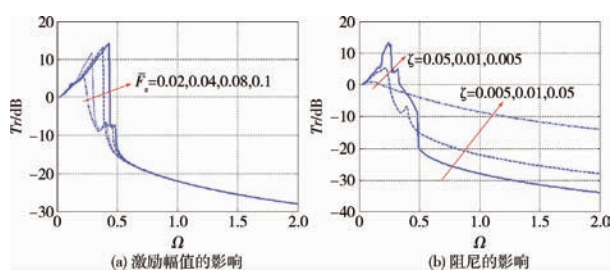

图 4　激励幅值和阻尼对准零刚度隔振浮筏 z 向力传递率的影响

3　隔振浮筏的混沌化

准零刚度隔振器另一个显著优势在于其系统刚度仅含有关于位移的三次方项，而没有线性项，故系统易于被混沌化，从而实现对周期激励线谱特征的控制。笔者之前利用线性时延反馈控制器对非线性隔振系统进行了混沌化，效果明显[12]，然而很难保证

线性时延反馈控制器的有界性。因此，本文采用有界的非线性时延反馈控制器对准零刚度隔振浮筏进行混沌化，将一竖向作动器上端与浮筏重心连接，另一端固定于地面，作动器由时延反馈控制器控制。系统的运动方程与式(8)～式(13)相比仅式(10)不同，其他均相同。式(10)改写为

$$\bar{z}''+8\zeta\bar{z}'+\frac{\gamma}{4}\left(\bar{z}-\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_x-\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_y\right)^3+\frac{\gamma}{4}\left(\bar{z}-\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_x+\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_y\right)^3+\frac{\gamma}{4}\left(\bar{z}+\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_x+\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_y\right)^3+\frac{\gamma}{4}\left(\bar{z}+\frac{\bar{l}_1}{2}\theta_x-\frac{\bar{l}_2}{2}\theta_y\right)^3=\bar{F}_z\cos\Omega\bar{t}+\bar{F}_\tau\sin[\bar{\omega}(\bar{t}-\bar{\tau})]。\tag{18}$$

式中：$\bar{F}_\tau=F_\tau/k_v(r_1+r_2)$ 为量纲为1的控制增益；$\bar{\tau}=\tau\sqrt{4k_v/m}$ 为量纲为1的时延。

利用笔者之前提出的最优时延反馈控制方法[13]，对单层准零刚度隔振浮筏进行混沌化。采集 z 向位移信号，利用FFT得到其幅值谱，然后构造性能指标作为优化设计的目标函数，采用遗传算法对控制器设计参数 $(\sigma,\bar{\tau})$ 进行寻优。

取 $\bar{F}_\tau=\bar{F}_z/2$，当 $\Omega=0.1$、$\Omega=1$ 时，对QZS浮筏进行混沌化，最优控制器设计参数分别为 $(\sigma,\bar{\tau})_{\text{opt}}=(3.330\ 3\times10^6,296.18)$，$(\sigma,\bar{\tau})_{\text{opt}}=(9.999\ 6\times10^6,100)$，施加最优时延反馈控制前后系统的响应分别如图5和图6所示。从图5中可看出：施加控制前，系统响应相图为封闭圆圈，庞加莱截面为一个点，且功率谱为线谱，由此可知响应为典型的周期响应(多根线谱表示系统响应含有3、5、7、9等高阶谐波成份)；而施加控制后，响应轨迹填满了整个相图，庞加莱截面为无序点集，功率谱由宽谱和线谱组成，由此判断系统响应为混沌。比较图5和图6可知，高频激励时，系统易于被混沌化，而低频激励时，不易被混沌化或混沌化效果不佳。但是，无论频率激励取何值，均可利用最优时延反馈混沌化方法对准零刚度浮筏进行混沌化。

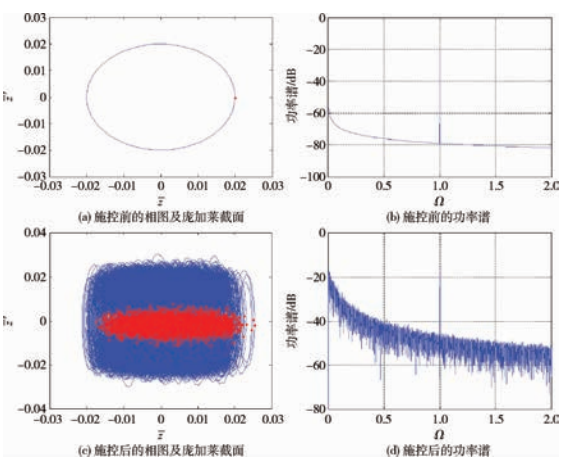

图5 最优时延反馈控制施加前后的系统响应相图、庞加莱截面及功率谱($\Omega=0.1$)

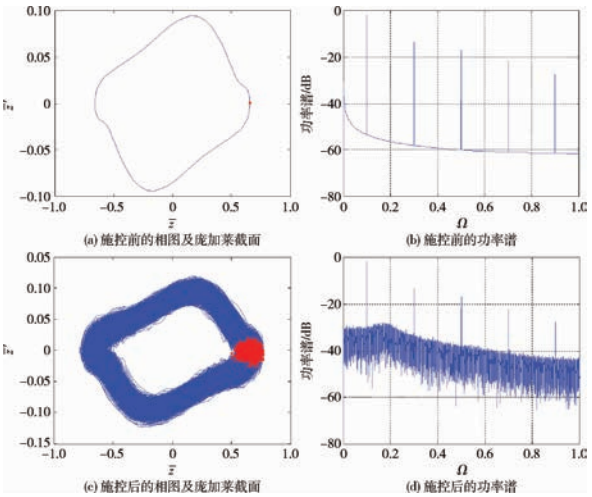

图6 最优时延反馈控制施加前后的系统响应相图、庞加莱截面及功率谱($\Omega=1$)

4 结 论

将准零刚度隔振器应用于单层隔振浮筏，建立了6自由度动力学控制方程，分析了系统在不同工况下的影响及隔振性能，进一步利用最优时延反馈控制方法对浮筏实施了混沌化。结果表明：准零刚度隔振浮筏起始隔振频率低，隔振效果明显优于相应的线性隔振浮筏；无论激励频率取何值，均能利用最优时延反馈控制方法对准零刚度浮筏实施混沌化。

[参考文献] (References)

[1] 朱石坚，何琳. 船舶机械振动控制[M]. 北京：国防工业出版社，2006：8.
Zhu Shijian, He Lin. Vibration Control of Onboard Machinery [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2006:8. (in Chinese)

[2] Alabuzhev P, Gritchin A, Kim L, et al. Vibration Protecting and Measuring System with Quasi-Zero Stiffness [M]. New York: Taylor & Francis Group, 1989: 7-9.

[3] Ibrahim R A. Recent advances in nonlinear passive vibration isolators [J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 314(3/4/5): 371-452.

[4] Carrella A, Brennan M J, Kovacic I, et al. On the force transmissibility of a vibration isolator with quasi-zero-stiffness [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 322(4/5): 707-717.

[5] Xu Daolin, Yu Qiping, Zhou Jiaxi, et al. Theoretical and experimental analyses of a nonlinear magnetic vibration isolator with quasi-zero-stiffness characteristic [J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(14): 3377-3389.

[6] 徐道临，赵智，周加喜. 气动可调式准零刚度隔振器设计及特性分析[J]. 湖南大学学报：自然科学版，2013，40(6)：47-52.
Xu Daolin, Zhao Zhi, Zhou Jiaxi. Design and analysis

of an adjustable pneumatic vibration isolator with quasi-zero-stiffness characteristic [J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2013, 40(6): 47-52. (in Chinese)
[7] Le T D, Ahn K K. A vibration isolation system in low frequency excitation region using negative stiffness structure for vehicle seat [J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(26): 6311-6335.
[8] Liu Xingtian, Huang Xiuchang, Hua Hongxing. On the characteristics of a quasi-zero stiffness isolator using Euler buckled beam as negative stiffness corrector [J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(14): 3359-3376.
[9] Kovacic I, Brennan M J, Waters T P. A study of a nonlinear vibration isolator with a quasi-zero stiffness characteristic [J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 315(3): 700-711.
[10] Lou Jingjun, Zhu Shijian, He Lin, et al. Application of chaos method to line spectra reduction [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 286(3): 645-652.
[11] Lou Jingjun, Zhu Shijian, He Lin, et al. Experimental chaos in nonlinear vibration isolation system [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2009, 40(3): 1367-1375.
[12] Zhou Jiaxi, Xu Daolin, Li Yingli. Chaotifying Duffing-type system with large parameter range based on optimal time-delay feedback control [C] // Proceedings of The Third International Workshop on Chaos-Fractals Theories and Applications (IWCFTA). Piscataway, NJ, USA: IEEE Computer Society CPS, 2010: 124-126.
[13] Zhou Jiaxi, Xu Daolin, Zhang Jing, et al. Spectrum optimization-based chaotification using time-delay feedback control [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2012, 45(6): 815-824.
[14] 庄表中，邢宏，高瞻. 非线性隔振器的应用与传递率的定义[J]. 机械强度，1991，13(1)：14-17.
Zhuang Biaozhong, Xing Hong, Gao Zhan. Application of nonlinear isolators and define of transmissibility [J]. Journal of Mechanical Strength, 1991, 13(1): 14-17. (in Chinese)
[15] Ravindra B, Mallik A K. Performance of non-linear vibration isolators under harmonic excitation [J]. Journal of Sound and Vibration, 1994, 170(3): 325-337.

(上接第 910 页)

3 结　论

本文基于有限脉冲滤波技术，通过 FFT 方法，结合 Johnson 转换系统生成给定峰度、偏态和自相关函数的高斯和非高斯粗糙表面。通过生成不同峰度和偏态的各向同性和各向异性粗糙表面，验证了本方法的合理性和适用性。生成的粗糙表面峰度、偏态均达到给定误差要求，且生成的粗糙表面自相关函数与给定的自相关函数吻合良好。

表面粗糙性质对零部件润滑接触性能有显著影响，基于本文给出的粗糙表面生成方法，可以方便地研究各种粗糙表面对零部件摩擦学性能的影响。

[参考文献] (References)

[1] Thomas T R. Rough Surfaces [M]. London: Imperial College Press, 1998: 139-144.
[2] Sayles R S, Thomas T R. A stochastic explanation of some structural properties of a ground surface [J]. The International Journal of Production Research, 1976, 14(6): 641-655.
[3] Whitehouse D J. Handbook of Surface Metrology [M]. London: Institute of Physics, 1994: 72-77.
[4] Bendat J S. Principles and Applications of Random Noise Theory [M]. New York: John Wiley and Sons, 1958: 189.
[5] Patir N. A numerical procedure for random generation of rough surfaces [J]. Wear, 1978, 47(2): 263-277.
[6] Gu Xinjiang, Huang Yiyun. The modelling and simulation of a rough surface [J]. Wear, 1990, 137(2): 275-285.
[7] Hu Y Z, Tonder K. Simulation of 3-D random rough surface by 2-D digital filter and Fourier analysis [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 1992, 32(1/2): 83-90.
[8] Wu J J. Simulation of rough surfaces with FFT [J]. Tribology International, 2000, 33(1): 47-58.
[9] Wu J J. Simulation of non-Gaussian surfaces with FFT [J]. Tribology International, 2004, 37(4): 339-346.
[10] 陈辉，胡元中，王慧，等. 粗糙表面计算机模拟[J]. 润滑与密封，2006(10)：52-55.
Chen Hui, Hu Yuanzhong, Wang Hui, et al. Computer simulation of rough surfaces [J]. Lubrication Engineering, 2006(10): 52-55. (in Chinese)
[11] 宋俊杰，田爱玲，潘永强. 利用 FFT 实现对非高斯随机粗糙表面的模拟[J]. 西安工业大学学报，2008，28(1)：10-14.
Song Junjie, Tian Ailing, Pan Yongqiang. Simulation of non-Gaussian random rough surfaces by FFT [J]. Journal of Xi'an Technological University, 2008, 28(1): 10-14. (in Chinese)
[12] 田爱玲，孙钊，于洵，等. 非高斯随机粗糙表面的数字模拟[J]. 系统仿真学报，2009，31(10)：2840-2842.
Tian Ailing, Sun Zhao, Yu Xun, et al. Numerical simulation of non-Gaussian random roughness surfaces [J]. Journal of System Simulation, 2009, 31(10): 2840-2842. (in Chinese)
[13] 陈海波，陈辉，胡元中，等. 数字滤波法模拟粗糙表面的误差分析[J]. 润滑与密封，2007，32(9)：52-55.
Chen Haibo, Chen Hui, Hu Yuanzhong, et al. Error analysis in simulation rough surfaces using digital filter method [J]. Lubrication Engineering, 2007, 32(9): 52-55. (in Chinese)
[14] Seong S H, Peterka J A. Computer simulation of non-Gaussian multiple wind pressure time series [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1997, 72(1): 95-105.